Dossier Optimisation et Recherche Opérationnelle

Thomas Duvignau / Chloé Boissavy

Université Lyon 2

M1 Informatique 2018 / 2019

Table des matières

[I. Introduction 2](#_Toc530761329)

[II. Algorithme 1 : Coloration d’un graphe non orienté avec Welsh-Powell 2](#_Toc530761330)

[1. Objet de l’algorithme 2](#_Toc530761331)

[2. Pseudo-code de l’algorithme 2](#_Toc530761332)

[3. Code R de l’algorithme 3](#_Toc530761333)

[4. Illustration sur un exemple 4](#_Toc530761334)

[III. Algorithme 2 4](#_Toc530761335)

[IV. Algorithme 3 4](#_Toc530761336)

[V. Conclusion 4](#_Toc530761337)

# Introduction

Nous avons écrit ce dossier afin de répondre à la demande d’une évaluation en contrôle continu de nos connaissances sur le cours d’Optimisation et de Recherche Opérationnelle, supervisé par le professeur Julien Ah-Pine au premier semestre de notre M1 Informatique.

Vous pourrez trouver ci-dessous différents algorithmes avec leurs utilités, leurs buts, leurs codes ainsi que des explications détaillées sur leurs fonctionnement et sur pourquoi ils ont été implémenter ainsi.

Nous nous sommes intéressés en premier sur l’algorithme de Welsh-Powell, c’est-à-dire la coloration d’un graphe non orienté. Puis nous avons effectué la détermination d’un flot maximal dans un réseau avec capacités par Ford-Fulkerson. Et pour finir, nous avons fait des chemins de longueur p avec fermeture transitive et connexité.

# Algorithme 1 : Coloration d’un graphe non orienté avec Welsh-Powell

## Objet de l’algorithme

Ici, nous traitons des graphes non orienté et non pondéré. Le but de cet algorithme est d’attribuer différentes couleurs aux sommets du graphe tout en respectant la règle qui stipule que deux sommets liés par une arrête ne peuvent avoir la même couleur. Il est tout de même préférable d’avoir le moins de couleurs possible, ainsi attribuer une couleur à chaque sommet est trop simple et peu utile si des solutions meilleures sont disponibles.

Ce genre d’algorithme est très utilisé dans le domaine de la télécommunication ou pour résoudre des problèmes d’incompatibilités. Par exemple, si vous avez des produits chimiques, vous devez les ranger dans une armoire à plusieurs étages. Sachant que certain de ces produits chimiques peuvent exploser s’ils sont à côté sur la même étagère. Il suffit de faire un graphe avec les incompatibilités de chacun puis d’utiliser Welsh-Powell afin de trouver une solution rapide et efficace qui permettra de ne rien faire exploser.

Il faut savoir tout de même que l’algorithme de Welsh-Powell ne permet pas nécessairement d’obtenir le nombre de coloration minimale d’un graphe G = [X, U]. On appelle cela, un algorithme heuristique.

## Pseudo-code de l’algorithme

Voici ci-dessous l’algorithme que l’on a étudié en cours :

**Input :** A (matrice d’adjacence de G)

1. Ranger les sommets par ordre de degrés non croissant
2. k = 0
3. B = liste des sommets rangés par ordre de degrés non croissant
4. Tant que toutes les lignes de B ne sont pas colorées faire
5. k = k + 1
6. Tant que B ≠ ∅ faire
7. Colorer dans A par la couleur ck la 1ère ligne non colorée dans B ainsi que la colonne correspondante
8. B = liste des lignes non colorées ayant un zéro dans toutes les colonnes de A de couleur ck
9. Fin Tant que
10. B = liste des sommets non colorés rangés par ordre de degrés non croissant
11. Fin Tant que
12. **Output :** k-coloration de G

## Code R de l’algorithme

## Illustration sur un exemple

Pour illustrer cet exemple, nous allons utiliser la matrice d’adjacence :

**A =**  1 2 3 4 5 6 7

1. 0 1 1 0 1 0 1
2. 1 0 1 1 0 1 0
3. 1 1 0 1 1 0 1
4. 0 1 1 0 1 1 1
5. 1 0 1 1 0 1 1
6. 0 1 0 1 1 0 1
7. 1 0 1 1 1 1 0

Et on obtient comme résultat :

* X = c(1,2,3,4,5,6,7)
* A = cbind( c(0,1,1,0,1,0,1), c(1,0,1,1,0,1,0), c(1,1,0,1,1,0,1), c(0,1,1,0,1,1,1), c(1,0,1,1,0,1,1), c(0,1,0,1,1,0,1), c(1,0,1,1,1,1,0))
* Welsh\_Powell2(X,A)

[[1]]

[1] 3 6

[[2]]

[1] 4 1

[[3]]

[1] 5 2

[[4]]

[1] 7

On a donc 4 couleurs pour le graphe, la couleur 1 est pour les sommets 3 et 6, la couleur 2 pour les sommets 4 et 1, la couleur 3 pour les sommets 5 et 2 et la couleur 4 pour le sommet 7.

# Algorithme 2

# Algorithme 3

# Conclusion

# 